EXERCICES – CHAPITRE 9

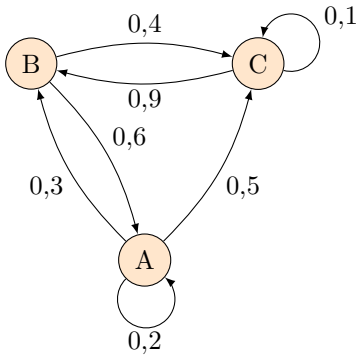
CHAÎNES DE MARKOV

Graphes probabilistes et matrices de transition

EXERCICE 1 ⋆

1. Construire la matrice de transition associée au graphe suivant :
2. Construire le graphe orienté associé à la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0{,}2 & 0 & 0 & 0{,}8 \\ 0 & 0{,}7 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}3 \end{pmatrix}$$



EXERCICE 2 ⋆

Trois chaînes de télévision A, B, C se partagent la diffusion de la coupe du monde de football. D'un match au suivant, elle évolue de la façon suivante :

- 10% des téléspectateurs de A passent sur B et 10% sur C ;
- 20% des téléspectateurs de B passent sur A et 10% sur C ;
- 30% des téléspectateurs de C passent sur A et 10% sur B.

1. Représenter cette évolution par un graphe.
2. Pourquoi s'agit-il d'un graphe probabiliste ?
3. Déterminer la matrice de transition M. (Dans l'ordre A, B, C)

EXERCICE 3 ⋆

Soit la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}5 \\ 0{,}4 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}7 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

1. Pourquoi la matrice A est-elle stochastique ?
2. On admet que la matrice A est la matrice de transition d'une chaîne de Markov homogène liée aux états $\{1, 2, 3\}$.
   (a) Que signifie le terme « homogène »pour une chaîne de Markov ?
   (b) Représenter le graphe associé à cette chaîne de Markov.
   (c) Donner les probabilités suivantes :

$$P_{(X_n=1)}(X_{n+1}=3) \quad , \quad P_{(X_n=3)}(X_{n+1}=1) \quad , \quad P_{(X_n=2)}(X_{n+1}=2)$$

EXERCICE 4 ⋆

Représenter le graphe des matrices de transition T des chaînes de Markov homogènes suivantes. On prendra comme espace des états : $\{A, B, C, \dots\}$.

1. $T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0{,}6 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
2. $T = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \\ 0{,}55 & 0{,}2 & 0{,}25 \\ 0 & 0{,}9 & 0{,}1 \end{pmatrix}$
3. $T = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}$

EXERCICE 5 : RECONNAÎTRE UNE MATRICE STOCHASTIQUE ⋆⋆

1. Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont stochastiques ? Justifier.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}7 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0{,}7 \end{pmatrix} \quad M_3 = \begin{pmatrix} 1{,}2 & -0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix} \quad M_4 = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0{,}8 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

2. On note $U = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Montrer qu'une matrice carrée d'ordre 2 à coefficients positifs est stochastique si et seulement si $MU = U$.
3. En déduire que le produit de deux matrices stochastiques d'ordre 2 est stochastique, puis que toute puissance d'une matrice stochastique est stochastique. Quel résultat du cours retrouve-t-on ainsi ?

Calcul de distributions

EXERCICE 6 ⋆

Dans une usine, deux machines A et B peuvent tomber en panne de manière indépendante l'une de l'autre dans la journée avec une probabilité $\frac{1}{3}$. On suppose que si une machine tombe en panne, elle est réparée dans la nuit mais que l'on ne peut réparer qu'une seule machine en une nuit. On note X_n le nombre de machines en panne au matin du n-ième jour.

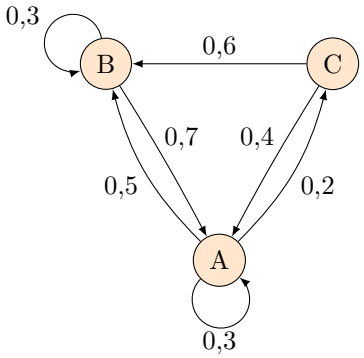
1. (a) Justifier que la suite (X_n) forme une chaîne de Markov homogène.
   (b) Pourquoi peut-on considérer deux états ? Quels sont-ils ?
2. (a) On appelle P_A et P_B les événements correspondant à « la machine A est en panne »et « la machine B est en panne ». Compléter le tableau de probabilité double entrée suivant :

	P_A	$\overline{P_A}$	Total
P_B			$\frac{1}{3}$
$\overline{P_B}$			
Total			1

   (b) En déduire la matrice de transition de cette chaîne de Markov.
   (c) Représenter le graphe de cette chaîne de Markov.

EXERCICE 7 ⋆

On considère une chaîne de Markov (X_n) admettant le graphe probabiliste ci-contre.



1. On a $P(X_0 = A) = 0{,}2$ et $P(X_0 = B) = 0{,}5$.
   Déterminer les probabilités suivantes :

   (a) $P(X_1 = A)$ (c) $P(X_1 = C)$

   (b) $P(X_1 = B)$ (d) $P(X_2 = A)$

2. Déterminer la matrice de transition M associée à cette chaîne de Markov.

EXERCICE 8 ⋆

On considère que la météo varie entre deux états beau et mauvais temps. Après un jour de beau temps, on a une chance sur deux que le temps change le jour suivant et le mauvais temps a trois fois plus de chance de durer d'un jour au jour suivant.

1. Pourquoi peut-on dire que la situation peut être modélisée par une chaîne de Markov ?
2. Donner sa matrice de transition.

EXERCICE 9 ⋆

Deux marques de lessive A et B se partagent un marché. D'un mois sur l'autre, 80 % des clients de A lui restent fidèles, tandis que 30 % des clients de B passent à A. Au départ, chaque marque a la moitié des clients. On note $\pi_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la répartition des clients au bout de n mois.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste et donner la matrice de transition P.
2. Calculer π_1 puis π_2.
3. Calculer P^2. Quelle est la probabilité qu'un client de B soit client de A deux mois plus tard ?

EXERCICE 10 : ARBRE ET PUISSANCE DE MATRICE ⋆⋆

Un robot aspirateur passe d'une pièce à l'autre d'un appartement de trois pièces : le salon S, la cuisine C et la chambre H. Toutes les dix minutes, il change de pièce ou reste sur place selon la matrice de transition, dans l'ordre S, C, H :

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}6 & 0 \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

Le robot part du salon.

1. Construire l'arbre pondéré décrivant ses deux premiers déplacements.
2. En déduire la probabilité qu'il soit dans la chambre au bout de vingt minutes.
3. Calculer P^2 et retrouver ce résultat à l'aide de la relation de Chapman-Kolmogorov.
4. S'il part de la chambre, quelle est la probabilité qu'il soit dans la cuisine au bout de vingt minutes ? Retrouver ce résultat en énumérant les trajets possibles.

EXERCICE 11 ⋆

Un garagiste contrôle tous les mois l'état d'une pièce de moteur. Elle peut se trouver dans les états suivants : fonctionnelle (F), usée (U) ou défaillante (D). On considère que la situation peut se modéliser avec une chaîne de Markov dont la matrice de transition est donnée dans l'ordre F, U, D par :

$$T = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 & 0 \\ 0 & 0{,}6 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Expliquer les coefficients de la dernière ligne de la matrice T.
2. Dresser le graphe correspondant à cette chaîne.
3. Au début des contrôles, la pièce vient d'être changée pour une pièce neuve. Quelle est la probabilité pour qu'au bout de 6 mois, la pièce soit défaillante ?

Distribution invariante

EXERCICE 12 ⋆⋆

Dans une ville il peut venter, neiger ou grêler. Le vent et la grêle ne restent jamais deux jours de suite. S'il vente un jour donné, le lendemain il neige ou il grêle de manière équiprobable. S'il neige, il y a une chance sur trois qu'il vente le jour d'après et une chance sur deux qu'il continue à neiger le lendemain. Après un jour de grêle, il y a deux fois plus de chance d'avoir de la neige que du vent.

1. Justifier la modélisation de la météo dans cette ville par une chaîne de Markov.
2. Représenter le graphe puis donner la matrice T de transition de cette chaîne de Markov associée aux états V, N et G.
3. Quelle est la probabilité, qu'après deux jours de neige, le vent souffle ?
4. Quelle est la distribution invariante de cette chaîne de Markov ?

EXERCICE 13 ⋆

Un simulateur de jeux est programmé pour le niveau difficile de la façon suivante :

- La personne a 15% de chance de réussite au premier jeu, puis ;
- si la personne a gagné, elle a une chance sur quatre de gagner le jeu suivant ;
- si la personne a perdu, elle a deux chances sur cinq de gagner le jeu suivant.

Soit X_n la variable aléatoire correspondant à la réussite du joueur au n-ième jeu.

1. (a) Justifier que la suite de variables aléatoires (X_n) est une chaîne de Markov dont on précisera l'espace des états.
   (b) Représenter le graphe puis donner la matrice de transition P de cette chaîne.
2. (a) Donner la distribution initiale π_0 de cette chaîne puis exprimer la distribution π_n au n-ième jeu en fonction de π_0 et de P.
   (b) En déduire la probabilité qu'un joueur gagne le cinquième jeu.
   (c) Déterminer la distribution invariante π de cette chaîne.
   (d) Comment programmer les chances de réussite initiales afin qu'un joueur ait les mêmes chances quel que soit le nombre de parties qu'il fait ?

EXERCICE 14 : VITESSE DE CONVERGENCE ⋆⋆

On considère une chaîne de Markov à deux états A et B, de matrice de transition $P = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}3 & 0{,}7 \end{pmatrix}$, et l'on note $\pi_n = \begin{pmatrix} x_n & 1 - x_n \end{pmatrix}$ ses distributions. Initialement, la chaîne est dans l'état B.

1. Représenter le graphe de la chaîne, puis déterminer sa distribution invariante π.
2. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $x_{n+1} = 0{,}6\, x_n + 0{,}3$.
3. On pose $u_n = x_n - \dfrac{3}{4}$. Montrer que (u_n) est géométrique, puis exprimer x_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de (π_n), puis le plus petit entier n à partir duquel $\left| x_n - \dfrac{3}{4} \right| < 0{,}01$.

EXERCICE 15 ⋆⋆

Une chaîne de Markov a pour matrice de transition $P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0{,}6 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}6 \end{pmatrix}$.

1. Justifier que cette chaîne admet une unique distribution invariante $\pi = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix}$.
2. Montrer que a, b et c sont solutions d'un système de trois équations, et le résoudre.
3. À l'aide de la calculatrice, calculer P^{20}. Que constate-t-on ? Interpréter.

Problèmes de synthèse

EXERCICE 16 ⋆⋆

Dans un village imaginaire isolé, une nouvelle maladie contagieuse mais non mortelle a fait son apparition. Les scientifiques ont découvert qu'un individu pouvait être dans l'un des trois états suivants :

- S : « l'individu est sain, c'est-à-dire non malade et non infecté »,
- I : « l'individu est porteur sain, c'est-à-dire non malade mais infecté »,
- M : « l'individu est malade et infecté ».

Partie A

Les scientifiques estiment qu'un seul individu est à l'origine de la maladie sur les 100 personnes que compte la population et que, d'une semaine à la suivante, un individu change d'état suivant le processus suivant :

- parmi les individus sains S, $\frac{1}{3}$ deviennent I et $\frac{1}{3}$ deviennent M,
- parmi les individus porteurs sains, $\frac{1}{2}$ deviennent M.
- Ceux qui sont malades le restent.

On note $P_n = \begin{pmatrix} s_n & i_n & m_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste au bout de n semaines des états S, I et M. On a alors $P_0 = \begin{pmatrix} 0{,}99 & 0 & 0{,}01 \end{pmatrix}$.

1. Justifier que l'état probabiliste P_n obéit à une chaîne de Markov.
2. Représenter le graphe de cette chaîne de Markov associée aux états S, I, M.
3. Déterminer la matrice de transition A.
4. Exprimer P_n en fonction de P_0 et A.
5. Déterminer l'état probabiliste au bout de quatre semaines (arrondir à 10^{-2}). Quelle est la probabilité qu'un individu soit sain au bout de quatre semaines ?

Partie B

La maladie n'évolue en réalité pas selon le modèle précédent puisqu'au bout de 4 semaines de recherche, les scientifiques découvrent un vaccin qui permet d'enrayer l'endémie et traitent immédiatement l'ensemble de la population. L'évolution hebdomadaire de la maladie après vaccination est donnée par la matrice de transition :

$$B = \begin{pmatrix} \frac{5}{12} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{12} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

On note Q_n la matrice ligne donnant l'état probabiliste au bout de n semaines après la mise en place de ces nouvelles mesures de vaccination. Ainsi $Q_n = \begin{pmatrix} S_n & I_n & M_n \end{pmatrix}$ donne les états S, I, M la n-ième semaine après la vaccination. Sachant que $Q_0 = P_4$:

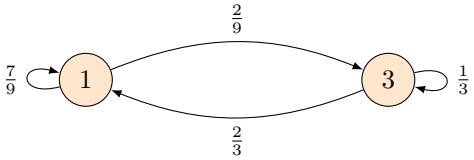
1. Exprimer Q_n en fonction de Q_0 et B.
2. (a) Déterminer $k \in \mathbb{R}$ tel que $B^2 = kJ$ où J est la matrice carrée d'ordre 3 dont tous les coefficients sont égaux à 1.
   On pourra, pour calculer la valeur exacte de B^2, calculer d'abord $(12B)^2$.
   (b) Montrer par récurrence que : $\forall n \geqslant 2$, $B^n = B^2$.
   (c) En déduire Q_n pour tout $n \geqslant 2$.

(d) Interpréter ce résultat en termes d'évolution de la maladie. Peut-on espérer éradiquer la maladie grâce au vaccin ?

EXERCICE 17 ⋆⋆⋆

On dispose de deux urnes A et B.
Initialement l'urne A contient trois boules numérotées 1, 2, 3. L'urne B est vide. À chaque instant, on tire au hasard un nombre entre 1 et 3 et on change la boule portant le numéro choisi d'urne. On s'intéresse au nombre de boules contenu dans l'urne A à l'instant n, que l'on consigne dans une variable aléatoire (X_n).

1. (a) Quels sont les états possibles pour (X_n) ?
   (b) Justifier que (X_n) est une chaîne de Markov homogène.
   (c) Quelle est la répartition initiale π_0 associée au problème ?
   (d) Représenter le graphe de cette chaîne de Markov.
   (e) En déduire la matrice de transition T.
2. Démontrer que la répartition stable π correspond à la loi binomiale $\mathscr{B}\left(3, \frac{1}{2}\right)$.
3. On note p_n, la probabilité qu'il y ait trois boules dans l'urne A à l'instant n.
   (a) Démontrer que si n est impair, $p_n = 0$.
   (b) Expliquer le graphe probabiliste ci-dessous, qui décrit l'évolution du nombre de boules dans l'urne A entre l'étape $2k$ et l'étape $2k+2$, où $k \in \mathbb{N}$.



   (c) En déduire que pour tout $k \in \mathbb{N}$: $p_{2k+2} = \frac{1}{3}p_{2k} + \frac{2}{9}(1 - p_{2k})$
   (d) On pose $u_k = p_{2k}$ et $v_k = u_k - \frac{1}{4}$.
   Montrer que la suite (v_k) est géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. En déduire v_k en fonction de k puis p_{2k} en fonction de k.
   (e) Déterminer $\lim\limits_{k\to+\infty} p_{2k}$. Peut-on déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$?
   (f) Comment expliquer le résultat de la répartition stable de la question 2. ?
4. On appelle D la variable aléatoire qui indique le nombre d'étapes jusqu'au premier retour à l'état initial (trois boules dans A).
   (a) Démontrer que, si n est impair, alors $P(D = n) = 0$.
   (b) Déterminer $P(D = 2)$ et $P(D = 4)$.
   (c) Quelle est la probabilité de revenir au moins une fois à l'état initial en moins de cinq étapes ?

EXERCICE 18 : LA PUCE DU COURS ⋆⋆⋆

On reprend l'exemple du cours : une puce saute d'un sommet à l'autre d'un triangle, sans jamais rester sur place, de façon équiprobable. On note P la matrice de transition, I la matrice identité d'ordre 3 et J la matrice carrée d'ordre 3 dont tous les coefficients valent 1.

1. Vérifier que $P = \frac{1}{2}(J - I)$ et que $J^2 = 3J$.
2. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$P^n = \frac{1}{3}J + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(I - \frac{1}{3}J\right)$$

3. En déduire la probabilité r_n que la puce soit revenue à son sommet de départ après n sauts. Retrouver la valeur du cours pour $n = 3$.
4. Déterminer la limite de r_n, puis la distribution invariante de la chaîne. Interpréter.

EXERCICE 19 : LA RUINE DU JOUEUR ⋆⋆⋆

Un joueur possède 1 € et joue à pile ou face avec une pièce équilibrée : il gagne 1 € s'il obtient pile, il perd 1 € sinon. Il s'arrête lorsqu'il est ruiné ou lorsqu'il possède 3 €. On note X_n sa fortune après n parties, à valeurs dans $\{0\,;1\,;2\,;3\}$.

1. Représenter le graphe de cette chaîne de Markov et donner sa matrice de transition P. Que dire des états 0 et 3 ?
2. On note r_k la probabilité que le joueur finisse ruiné en partant d'une fortune de k euros. On admet que $r_0 = 1$, $r_3 = 0$ et, en raisonnant sur la première partie, que $r_1 = \frac{1}{2}r_0 + \frac{1}{2}r_2$ et $r_2 = \frac{1}{2}r_1 + \frac{1}{2}r_3$. Calculer r_1 et r_2.
3. À l'aide de la calculatrice, calculer P^{20} et confronter au résultat précédent.
4. Montrer que $\begin{pmatrix} p & 0 & 0 & 1-p \end{pmatrix}$ est une distribution invariante pour tout $p \in [0\,;1]$. Pourquoi ce résultat n'est-il pas en contradiction avec la Proposition 3 du cours ?

POUR ALLER PLUS LOIN

EXERCICE 20 : TOUT CE QUI EST POSSIBLE FINIT PAR ARRIVER ⋆⋆

On lance un dé non pipé de façon répétée. On note X_n l'état après n lancers : $X_n = 0$ si aucun 6 n'est encore sorti, $X_n = 1$ sinon.

1. Justifier que (X_n) est une chaîne de Markov homogène, et donner sa matrice de transition T. Quel est l'état absorbant ?
2. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $T^n = \begin{pmatrix} \left(\frac{5}{6}\right)^n & 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3. En déduire la probabilité p_n d'obtenir au moins un 6 en n lancers, ainsi que sa limite.
4. *Problème posé à Pascal par le chevalier de Méré.* La probabilité qu'en 4 lancers le dé amène au moins un 6 est-elle supérieure à $\frac{1}{2}$? Même question pour la probabilité d'obtenir au moins un double six en 24 lancers de deux dés, en adaptant la chaîne.
5. Pour $k \geqslant 1$, on note T_6 le rang du premier 6. Calculer $P(T_6 = k)$.

EXERCICE 21 : PRINCIPE DE HARDY-WEINBERG ⋆⋆⋆

Un gène possède deux allèles notés a et A. Les trois génotypes possibles sont donc aa, aA, AA, avec des probabilités respectives x_1, $2y_1$, z_1. Chaque allèle a et A a une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être transmis. Les parents sont sélectionnés indépendamment.

a) On note x_2, $2y_2$ et z_2 les probabilités respectives des génotypes aa, aA, AA à la seconde génération. Montrer que

$$x_2 = (x_1 + y_1)^2, \qquad 2y_2 = 2(x_1 + y_1)(y_1 + z_1), \qquad z_2 = (y_1 + z_1)^2.$$

b) Montrer que la probabilité de chaque génotype est constante à partir de la seconde génération, c'est-à-dire que, si on note x_n, $2y_n$ et z_n les probabilités respectives des génotypes aa, aA, AA à la n-ième génération, on a, pour tout entier $n \geqslant 2$,

$$x_n = x_2, \qquad y_n = y_2, \qquad z_n = z_2.$$

EXERCICE 22 : PUISSANCES D'UNE MATRICE DE TRANSITION À DEUX ÉTATS ⋆⋆⋆

Soient p et q deux réels de $]0\,;1[$, et $P = \begin{pmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{pmatrix}$. On pose $r = 1-p-q$ et :

$$A = \frac{1}{p+q}\begin{pmatrix} q & p \\ q & p \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad B = \frac{1}{p+q}\begin{pmatrix} p & -p \\ -q & q \end{pmatrix}$$

1. Vérifier que $A + B = I_2$, $P = A + rB$, $A^2 = A$, $B^2 = B$ et $AB = BA = 0$.
2. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P^n = A + r^n B$.
3. Justifier que $-1 < r < 1$, puis déterminer la limite de chaque coefficient de P^n. Que représentent les lignes de la matrice limite ?
4. Application : retrouver la distribution invariante de l'exemple du cours, $P = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}6 \end{pmatrix}$, et donner l'expression de P^n.

EXERCICE 23 : DEUX PILES CONSÉCUTIFS ⋆⋆⋆⋆

On lance une pièce équilibrée de façon répétée. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note p_n la probabilité de n'avoir jamais observé deux piles consécutifs au cours des n premiers lancers. On considère la chaîne de Markov (X_n) à trois états :

- 0 : « deux piles consécutifs ne sont pas encore apparus, et le dernier lancer est face (ou aucun lancer n'a eu lieu) » ;
- 1 : « deux piles consécutifs ne sont pas encore apparus, et le dernier lancer est pile » ;
- 2 : « deux piles consécutifs sont déjà apparus ».

1. Donner la matrice de transition T et la distribution initiale π_0. Calculer p_1 et p_2.
2. On note $\pi_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n & c_n \end{pmatrix}$. Exprimer a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n, puis montrer que $p_n = a_n + b_n$ vérifie :
$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \qquad p_{n+2} = \frac{p_{n+1}}{2} + \frac{p_n}{4}.$$
3. La suite de Fibonacci est définie par $F_1 = F_2 = 1$ et $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $p_n = \dfrac{F_{n+2}}{2^n}$.
4. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $F_n \leqslant \left(\dfrac{7}{4}\right)^n$, puis en déduire la limite de (p_n). Interpréter.