EXERCICES – CHAPITRE 6

POURCENTAGES

Proportions et pourcentages

EXERCICE 1 ⋆

Recopier et compléter le tableau suivant. On donnera si nécessaire des valeurs arrondies au dixième de pourcent.

Écriture fractionnaire	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{40}$
Écriture décimale			0,35		1,5		
Pourcentage							

Que remarque-t-on pour la colonne où l'écriture décimale vaut 1,5 ? Une proportion peut-elle dépasser 100 % ?

EXERCICE 2 ⋆

Dans chaque cas, calculer la proportion demandée, puis l'exprimer en pourcentage.

a) 12 filles dans une classe de 30 élèves.

b) 45 abonnés parmi 180 clients.

c) 7 réussites sur 20 tentatives.

d) 51 admis sur 60 candidats.

e) 3 places occupées sur 8.

f) 156 votes sur 400 exprimés.

g) 27 licenciés sur 45 inscrits.

h) 13 pièces défectueuses sur 200.

EXERCICE 3 ⋆

Calculer, sans calculatrice.

a) 25 % de 80

b) 15 % de 340

c) 7 % de 250

d) 120 % de 45

e) 2,5 % de 800

f) 60 % de 1 250

g) 0,5 % de 4 000

h) 35 % de 340

EXERCICE 4 ⋆

On cherche ici la quantité totale, connaissant une part et le pourcentage correspondant.

1. Déterminer le nombre N dans chacun des cas suivants :

   a) 20 % de N valent 45.

   b) 8 % de N valent 36.

   c) 150 % de N valent 90.

   d) 2,5 % de N valent 12.

2. Dans un lycée, 35 % des élèves sont externes, ce qui représente 168 élèves. Combien le lycée compte-t-il d'élèves ?

3. Sur une facture, la TVA au taux de 20 % s'élève à 15 €. Quel est le prix hors taxes de l'article ?

4. Lors d'une élection, un candidat obtient 28 % des voix, ce qui représente 4 200 suffrages. Combien de suffrages ont été exprimés au total ?

EXERCICE 5 ⋆⋆

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 800 élèves d'un lycée.

	Seconde	*Première*	*Terminale*	*Total*
Filles	150	140	130	420
Garçons	170	120	90	380
Total	320	260	220	800

Attention : à chaque question, on identifiera soigneusement le total de référence.

1. Quelle est la proportion de filles dans le lycée ?
2. Quelle est la proportion d'élèves de Seconde dans le lycée ?
3. Quelle est la proportion de filles **parmi les élèves de Seconde** ?
4. Quelle est la proportion d'élèves de Seconde **parmi les filles** ?
5. Quelle est la proportion de filles de Seconde **dans le lycée entier** ?
6. Les résultats des questions 3, 4 et 5 sont différents alors qu'ils portent tous sur les 150 filles de Seconde. Expliquer pourquoi.

EXERCICE 6 ⋆⋆

1. Dans une classe, 40 % des élèves étudient l'espagnol, 35 % l'allemand et 25 % l'italien. Chaque élève n'étudie qu'une seule de ces trois langues.
   (a) Quelle proportion étudie l'espagnol ou l'allemand ?
   (b) Vérifier que le total des trois proportions vaut 100 %. Pourquoi était-ce prévisible ?
2. Dans un club, 45 % des membres pratiquent le football, 30 % le tennis, et 10 % pratiquent les deux.
   (a) Peut-on additionner directement 45 % et 30 % ? Justifier.
   (b) Quelle proportion des membres pratique au moins l'un des deux sports ?
   (c) Quelle proportion n'en pratique aucun des deux ?

Proportion d'une proportion

EXERCICE 7 ⋆

Dans chaque cas, une proportion p_1 de la population possède le caractère A, et parmi ceux-ci une proportion p_2 possède le caractère B. Calculer la proportion d'individus possédant à la fois A et B dans la population totale.

a) $p_1 = 40\,\%$ et $p_2 = 25\,\%$
b) $p_1 = 80\,\%$ et $p_2 = 60\,\%$
c) $p_1 = 30\,\%$ et $p_2 = 30\,\%$
d) $p_1 = 75\,\%$ et $p_2 = 20\,\%$
e) $p_1 = 12\,\%$ et $p_2 = 50\,\%$
f) $p_1 = 90\,\%$ et $p_2 = 90\,\%$

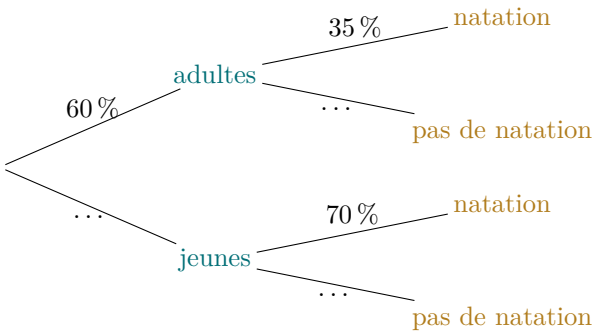
Pour la question f), le résultat est-il supérieur ou inférieur à 90 % ? Expliquer pourquoi c'était prévisible.

EXERCICE 8 ⋆

1. Une ville compte 40 000 habitants. Parmi eux, 25 % ont moins de 20 ans, et 60 % de ces jeunes sont scolarisés dans la ville.
   (a) Quelle proportion de la population totale cela représente-t-il ?
   (b) Combien de personnes cela fait-il ?
2. Dans un magasin, 45 % des clients sont des femmes, et 20 % des femmes achètent un livre. Quelle proportion de la clientèle totale est constituée de femmes achetant un livre ?
3. Dans un lycée, 30 % des élèves sont demi-pensionnaires, et parmi eux 80 % prennent le bus. Sur 600 élèves, combien sont demi-pensionnaires et prennent le bus ?

EXERCICE 9 ⋆⋆

Un club sportif compte 500 membres. On sait que 60 % d'entre eux sont des adultes, les autres étant des jeunes. Parmi les adultes, 35 % pratiquent la natation ; parmi les jeunes, cette proportion s'élève à 70 %.



1. Recopier et compléter l'arbre ci-dessus.
2. Quelle proportion des membres du club est constituée d'adultes nageurs ?
3. Quelle proportion est constituée de jeunes nageurs ?
4. En déduire la proportion de nageurs dans le club, puis leur nombre.
5. Combien y a-t-il d'adultes qui ne pratiquent pas la natation ?

EXERCICE 10 ⋆⋆

Il s'agit ici de retrouver l'une des deux proportions, connaissant l'autre et le résultat.

1. Dans un lycée, 30 % des élèves sont en Terminale. Par ailleurs, 12 % de l'ensemble des élèves sont des élèves de Terminale étudiant l'espagnol. Quelle proportion des élèves de Terminale étudie l'espagnol ?
2. Dans une entreprise, 20 % des salariés sont des cadres, et 9 % de l'ensemble des salariés sont des cadres travaillant à l'étranger. Quelle proportion des cadres travaille à l'étranger ?
3. Dans une ville, 70 % des habitants ont plus de 18 ans, et 56 % de la population totale est composée de majeurs inscrits sur les listes électorales. Quelle proportion des majeurs est inscrite ?

Taux d'évolution et coefficient multiplicateur

EXERCICE 11 ⋆

Dans chaque cas, une quantité passe de la valeur V_D à la valeur V_A. Calculer le taux d'évolution, et l'exprimer en pourcentage.

a) $V_D = 50$ et $V_A = 60$

b) $V_D = 80$ et $V_A = 60$

c) $V_D = 200$ et $V_A = 250$

d) $V_D = 120$ et $V_A = 90$

e) $V_D = 45$ et $V_A = 45$

f) $V_D = 30$ et $V_A = 45$

g) $V_D = 1\,200$ et $V_A = 1\,500$

h) $V_D = 250$ et $V_A = 200$

Les questions b) et h) donnent des taux différents alors que la quantité a diminué de 20 dans les deux cas. Expliquer.

EXERCICE 12 ⋆

Recopier et compléter le tableau suivant.

Taux d'évolution	+20 %	−15 %		+3,5 %		
Coefficient multiplicateur			0,92		2	0,6

Taux d'évolution	−50 %		+0,8 %		−100 %	
Coefficient multiplicateur		1,4		0,95		3

À quelle condition sur le coefficient multiplicateur l'évolution est-elle une hausse ? une baisse ?

EXERCICE 13 ⋆

Calculer la valeur d'arrivée dans chacun des cas suivants.

a) 80 € augmentés de 15 %

b) 250 € diminués de 12 %

c) 1 500 augmentés de 4 %

d) 60 diminués de 35 %

e) 4 200 € augmentés de 2,5 %

f) 90 diminués de 100 %

EXERCICE 14 ⋆

On cherche cette fois la valeur de départ. On rappelle que l'on ***divise*** *par le coefficient multiplicateur, et que l'on n'applique surtout pas l'évolution inverse.*

Déterminer la valeur de départ dans chacun des cas suivants.

a) Après une hausse de 15 %, on obtient 92 €.

b) Après une baisse de 20 %, on obtient 96 €.

c) Après une hausse de 8 %, on obtient 540.

d) Après une baisse de 35 %, on obtient 78 €.

e) Après une hausse de 25 %, on obtient 375.

f) Après une baisse de 4 %, on obtient 96.

EXERCICE 15 ⋆⋆

1. Le prix d'un billet de train passe de 45 € à 51,30 €. Calculer le taux d'évolution.
2. Un salaire mensuel de 1 800 € augmente de 3 %. Calculer le nouveau salaire.
3. Une commune de 12 500 habitants voit sa population diminuer de 4 %. Combien compte-t-elle d'habitants ?
4. Un article est soldé à 51 € après une remise de 15 %. Quel était son prix avant les soldes ?
5. Une entreprise employait 240 salariés et n'en emploie plus que 216. Calculer le taux d'évolution de l'effectif.
6. Le prix d'un litre de carburant passe de 1,75 € à 1,82 €. Calculer le taux d'évolution, arrondi au dixième de pourcent.

EXERCICE 16 ⋆⋆

Un article coûte 120 €. Pendant les soldes, il est vendu 90 €.

1. Calculer le taux de remise appliqué.
2. Un élève affirme : « pour retrouver le prix initial, il suffit d'augmenter le prix soldé de ce même pourcentage ». Effectuer ce calcul et constater qu'il ne redonne pas 120 €.
3. Expliquer l'erreur commise, en précisant à quelle valeur de référence se rapporte chacun des deux pourcentages.
4. De quel pourcentage faudrait-il réellement augmenter le prix soldé pour retrouver 120 € ? On arrondira au dixième.

Évolutions successives

EXERCICE 17 ⋆

Dans chaque cas, calculer le coefficient multiplicateur global, puis le taux d'évolution global.

a) Une hausse de 10 % puis une hausse de 20 %.
b) Une baisse de 10 % puis une baisse de 20 %.
c) Une hausse de 50 % puis une baisse de 50 %.
d) Une hausse de 25 % puis une baisse de 20 %.
e) Une baisse de 40 % puis une hausse de 40 %.
f) Trois hausses successives de 10 %.

Commenter le résultat de la question d).

EXERCICE 18 ⋆

1. Un prix de 200 € augmente de 10 %, puis de 5 %.
   (a) Calculer le prix après chacune des deux hausses.
   (b) Calculer le coefficient multiplicateur global, puis le taux d'évolution global.
   (c) Ce taux est-il égal à 15 % ? Justifier.
2. La population d'une ville de 50 000 habitants diminue de 2 % par an pendant trois années consécutives.
   (a) Calculer la population au bout de trois ans, arrondie à l'unité.
   (b) Calculer le taux d'évolution global sur les trois ans, arrondi au dixième de pourcent.
   (c) Ce taux est-il égal à -6 % ? Justifier.

EXERCICE 19 ⋆⋆

C'est l'illusion évoquée dans l'introduction du cours.

Un article coûte 100 €. Son prix augmente de 20 %, puis diminue de 20 %.

1. Calculer le prix après la hausse, puis le prix après la baisse.
2. Le prix final est-il revenu à 100 € ? Calculer le taux d'évolution global.
3. Reprendre les questions 1 et 2 en inversant l'ordre : d'abord la baisse, puis la hausse. Que constate-t-on ?
4. Expliquer, en comparant les deux valeurs de référence, pourquoi la baisse retire plus d'argent que la hausse n'en a ajouté.
5. Reprendre la question 2 avec une hausse puis une baisse de 50 %. L'écart final est-il plus ou moins important ?

EXERCICE 20 ⋆⋆

Un magasin applique une première démarque de 30 %, puis une seconde démarque de 20 % sur le prix déjà soldé.

1. Calculer le coefficient multiplicateur global, puis le taux de remise global.
2. Un article coûtait 150 €. Quel est son prix après les deux démarques ?
3. Un client affirme que la remise totale est de 50 %. Expliquer son erreur et calculer l'écart, en euros, entre son calcul et la réalité pour cet article.
4. Le magasin voudrait annoncer une remise globale de 50 % après ces deux démarques. Quelle troisième démarque devrait-il appliquer ?

EXERCICE 21 ⋆⋆

1. Un prix augmente de 20 %, puis subit une seconde évolution. Au total, il a augmenté de 8 %. Déterminer la seconde évolution.
2. Après deux baisses successives de même taux, un prix a diminué de 19 %. Déterminer le taux de chacune des deux baisses.
3. Une population double en deux ans, avec le même taux d'évolution chaque année. Déterminer ce taux annuel, arrondi au dixième de pourcent.
4. Un prix diminue de 25 % puis augmente de 25 %. Quelle troisième évolution ramènerait exactement le prix initial ? On arrondira au centième de pourcent.

Évolution réciproque et points de pourcentage

EXERCICE 22 ⋆

Dans chaque cas, déterminer le taux de l'évolution réciproque, c'est-à-dire celle qui ramène à la valeur de départ. On arrondira si nécessaire au dixième de pourcent.

a) Une hausse de 25 %
b) Une baisse de 20 %
c) Une hausse de 50 %
d) Une baisse de 10 %
e) Une hausse de 100 %
f) Une baisse de 75 %

Vérifier, pour la question a), que le produit des deux coefficients vaut bien 1.

EXERCICE 23 ⋆⋆

1. Le prix d'un produit a augmenté de 60 %. De quel pourcentage doit-il baisser pour revenir à son prix initial ?
2. La population d'un village a diminué de 4 %. De quel pourcentage doit-elle augmenter pour retrouver son effectif initial ? On arrondira au centième.
3. Un commerçant augmente ses prix de 10 % en janvier. En mars, il souhaite revenir aux prix de décembre. Quelle remise doit-il annoncer ?
4. Une hausse et sa réciproque ont-elles le même taux, au signe près ? Justifier à l'aide des questions précédentes.

EXERCICE 24 ⋆

*On rappelle la distinction du cours : le **point** mesure un écart entre deux pourcentages, le **pourcentage** mesure une évolution relative.*

1. Le taux de chômage d'un pays passe de 8 % à 9,6 %.
   (a) De combien de points a-t-il augmenté ?
   (b) De combien de pourcents a-t-il augmenté ?
2. Le taux de réussite à un examen passe de 80 % à 84 %. Répondre aux deux mêmes questions.
3. Un taux de participation passe de 12 % à 9 %. Répondre aux deux mêmes questions.
4. Un journal titre : « le chômage augmente de 2 % », alors que le taux est passé de 10 % à 12 %. Le titre est-il correct ? Que faudrait-il écrire ?

EXERCICE 25 ⋆⋆

Chacun des énoncés suivants est trompeur ou faux. L'analyser, expliquer l'erreur ou l'ambiguïté, puis proposer une formulation correcte.

1. « Notre magasin a baissé ses prix de 40 % le mois dernier et de 30 % ce mois-ci : soit 70 % de remise au total ! »
2. « Le nombre d'accidents a augmenté de 200 % : il a donc doublé. »
3. « Cette année, 30 % des élèves ont choisi l'option théâtre, contre 25 % l'an dernier : une progression de 5 %. »
4. « Le prix a augmenté de 10 % puis a rebaissé de 10 % : vous ne perdez rien. »
5. « Les ventes de notre produit ont progressé de 500 %, celles du concurrent de 20 % seulement. » On précisera quelle information manque pour juger de cette affirmation.

Exercices de synthèse

EXERCICE 26 ⋆⋆

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Déterminer laquelle et justifier.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. 20 % de 150 vaut	30	3	130
2. La proportion $\frac{3}{8}$ correspond à	3,8 %	37,5 %	0,38 %
3. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 15 % est	0,15	0,85	1,15
4. Un prix passe de 40 € à 50 €. Le taux d'évolution est	+25 %	+20 %	+10 %
5. Une hausse de 10 % suivie d'une hausse de 10 % donne une hausse globale de	20 %	21 %	100 %
6. Après une hausse de 25 %, un prix vaut 75 €. Le prix initial était	60 €	56,25 €	50 €
7. L'évolution réciproque d'une baisse de 50 % est une hausse de	50 %	100 %	200 %
8. Un taux passe de 20 % à 25 % : il a augmenté de	5 points	5 %	20 points
9. 30 % des 40 % d'une population représentent	70 %	12 %	10 %
10. Un coefficient multiplicateur de 1,5 correspond à	+50 %	+150 %	+15 %

EXERCICE 27 ⋆⋆

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Si elle est fausse, donner un contre-exemple ou l'énoncé correct.

1. Une proportion est toujours comprise entre 0 et 1.
2. Un taux d'évolution peut dépasser 100 %.
3. Deux hausses successives de 10 % donnent une hausse globale de 20 %.
4. Une hausse de 50 % suivie d'une baisse de 50 % ramène au prix initial.
5. Pour retrouver le prix avant une hausse de 20 %, on divise par 1,2.
6. Le coefficient multiplicateur d'une baisse de 100 % vaut 0.
7. Un taux de chômage qui passe de 5 % à 10 % a augmenté de 5 %.
8. Deux proportions calculées sur la même référence, portant sur des groupes sans élément commun, peuvent s'additionner.

9. 20 % de 50 % d'une population représentent 10 % de cette population.
10. L'ordre dans lequel on applique deux évolutions successives change le résultat final.

EXERCICE 28 ⋆⋆

Un magasin vend un vélo au prix de 480 €.

1. En janvier, le prix augmente de 5 %. Calculer le nouveau prix.
2. En mars, le magasin applique une remise de 15 % sur ce nouveau prix. Calculer le prix soldé.
3. Calculer le coefficient multiplicateur global depuis le prix initial, puis le taux d'évolution global. Le prix a-t-il finalement augmenté ou diminué ?
4. Quelle évolution, appliquée au prix soldé, ramènerait exactement au prix initial de 480 € ? On arrondira au dixième de pourcent.
5. Le magasin souhaitait en réalité que le prix de mars soit inférieur de 5 % au prix initial. Quelle remise aurait-il dû appliquer en mars, à la place des 15 % ? On arrondira au dixième de pourcent.

EXERCICE 29 ⋆⋆

Une ville comptait 25 000 habitants au 1er janvier 2020. Sa population a ensuite évolué ainsi : +2 % en 2021, −1,5 % en 2022, puis +3 % en 2023.

1. Calculer la population au 1er janvier de chacune des trois années suivantes. On arrondira à l'unité.
2. Calculer le coefficient multiplicateur global sur les trois années.
3. En déduire le taux d'évolution global, arrondi au dixième de pourcent.
4. Retrouver la population de 2023 en utilisant directement le coefficient global.
5. Un habitant affirme : « la population a augmenté de $2 - 1{,}5 + 3 = 3{,}5$ % ». Expliquer pourquoi ce raisonnement est faux, et pourquoi il donne malgré tout un résultat proche.
6. De quel pourcentage la population devrait-elle évoluer en 2024 pour retrouver exactement son effectif de 2020 ? On arrondira au dixième.

EXERCICE 30 ⋆⋆

Un salarié perçoit un salaire mensuel net de 1 950 €. Il obtient une augmentation de 2,5 %, puis une seconde augmentation de 1,8 % l'année suivante.

1. Calculer son salaire après chacune des deux augmentations. On arrondira au centime.
2. Calculer le coefficient multiplicateur global, puis le taux d'évolution global du salaire sur les deux années.
3. Sur la même période, les prix ont augmenté de 5 %. Le *pouvoir d'achat* du salarié est mesuré par le rapport entre son salaire et les prix. Calculer le coefficient multiplicateur du pouvoir d'achat.
4. Le pouvoir d'achat de ce salarié a-t-il augmenté ou diminué ? De quel pourcentage ? On arrondira au dixième.
5. Quelle augmentation globale de salaire aurait-il fallu obtenir pour que le pouvoir d'achat reste inchangé ?

EXERCICE 31 ⋆⋆⋆

Un prix subit une hausse de $t\,\%$, puis une baisse de $t\,\%$. Dans tout l'exercice, on note t le taux **en écriture décimale**, avec $0 < t < 1$: ainsi $t = 0{,}2$ correspond à $20\,\%$.

1. Exprimer, en fonction de t, le coefficient multiplicateur de la hausse, puis celui de la baisse.
2. En déduire que le coefficient multiplicateur global vaut $(1+t)(1-t)$.
3. Développer cette expression à l'aide d'une identité remarquable.
4. En déduire que le prix final est **toujours** strictement inférieur au prix initial, quelle que soit la valeur de t choisie.
5. Calculer le taux d'évolution global pour $t = 0{,}1$, puis $t = 0{,}2$, puis $t = 0{,}5$.
6. Existe-t-il une valeur de t pour laquelle le prix final égale le prix initial ?
7. Déterminer la valeur de t pour laquelle la perte finale est exactement de $9\,\%$.
8. Que se passe-t-il si l'on applique d'abord la baisse puis la hausse ? Justifier sans aucun calcul supplémentaire.

EXERCICE 32 ⋆⋆⋆

On s'intéresse à l'évolution réciproque d'une hausse. Un prix augmente de $t\,\%$, où t désigne encore le taux en écriture décimale, avec $t > 0$. On note t' le taux de l'évolution qui ramène au prix initial.

1. Justifier que le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque vaut $\dfrac{1}{1+t}$.
2. En déduire que
$$t' = \frac{1}{1+t} - 1 = \frac{-t}{1+t}$$
3. Vérifier cette formule pour $t = 0{,}25$, et retrouver le résultat du cours.
4. Recopier et compléter le tableau suivant, en arrondissant au centième de pourcent.

Hausse t	$10\,\%$	$20\,\%$	$50\,\%$	$100\,\%$
Baisse réciproque t'				

5. Comparer $|t'|$ et t dans chacun des cas du tableau. Émettre une conjecture.
6. Démontrer cette conjecture. *On pourra comparer* $\dfrac{t}{1+t}$ *et* t *en remarquant que* $1 + t > 1$.
7. Que devient le taux t' lorsque t devient très grand ? Interpréter ce résultat par une phrase.