EXERCICES – CHAPITRE 7

FONCTIONS NUMÉRIQUES

Notion de fonction, images et antécédents

EXERCICE 1 ⋆

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$f(2) = 7 \quad ; \quad f(-3) = 0 \quad ; \quad f(5) = 7$$

1. Quelle est l'image de 2 par f ?
2. Donner un antécédent de 7 par f. Y en a-t-il un autre ?
3. Le nombre 0 admet-il un antécédent par f ? Si oui, lequel ?
4. Recopier et compléter : « 7 est ..... de 2 par f » et « -3 est ..... de 0 par f ».
5. Traduire l'égalité $f(-3) = 0$ par une phrase en français.
6. Peut-on affirmer que $f(7) = 2$? Justifier.

EXERCICE 2 ⋆

Calculer les images demandées.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5$. Calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-6)^2$. Calculer $g(2)$, $g(6)$, $g(0)$ et $g(-1)$.
3. h est définie par $h(x) = \dfrac{2x+1}{x-4}$. Calculer $h(0)$, $h(1)$ et $h(-2)$. Que se passe-t-il si l'on essaie de calculer $h(4)$?
4. k est définie par $k(x) = \sqrt{x-3}$. Calculer $k(3)$, $k(7)$ et $k(12)$. Peut-on calculer $k(1)$?

EXERCICE 3 ⋆

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$							

2. Quels sont, parmi les nombres du tableau, ceux qui ont pour image 0 ?
3. Quel est le plus grand nombre figurant sur la deuxième ligne ? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?
4. Deux nombres différents peuvent-ils avoir la même image ? Et deux nombres différents peuvent-ils être deux images d'un même nombre ? Justifier à l'aide du tableau.

EXERCICE 4 ⋆

Dans chaque cas, déterminer par le calcul les antécédents demandés. *Chercher un antécédent, c'est résoudre une équation.*

1. $f(x) = 2x - 7$: déterminer les antécédents de 3, de 0 et de -7.
2. $g(x) = x^2$: déterminer les antécédents de 9, de 0 et de -4.
3. $h(x) = (x-1)(x+4)$: déterminer les antécédents de 0.
4. $k(x) = \dfrac{3}{x}$: déterminer les antécédents de 6, puis de 0.

EXERCICE 5 ⋆

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes.

a) $f(x) = 5x^3 - 2x + 1$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$

c) $f(x) = \sqrt{x+5}$

d) $f(x) = \dfrac{2x}{x-7}$

e) $f(x) = \sqrt{4-x}$

f) $f(x) = \dfrac{x}{5} + 3$

EXERCICE 6 ⋆⋆

Même consigne, avec des expressions un peu plus délicates.

a) $f(x) = \dfrac{1}{2x-6}$

b) $f(x) = \sqrt{3x-9}$

c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x} + \sqrt{x+2}$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

f) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

g) $f(x) = \dfrac{x+1}{(x-2)(x+5)}$

h) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{-x}$

Pour f), on justifiera soigneusement qu'aucune valeur n'est à exclure. La question h) est un cas très particulier : que reste-t-il comme valeurs possibles ?

EXERCICE 7 ⋆⋆

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Lui soustraire 3.
- Élever le résultat au carré.
- Ajouter 5.

1. Appliquer ce programme aux nombres 7, -1 et 0.
2. On note $f(x)$ le résultat obtenu en partant du nombre x. Exprimer $f(x)$ en fonction de x, puis donner l'ensemble de définition de f.
3. Existe-t-il un nombre dont l'image par f vaut 5 ? Si oui, lequel ?
4. Le nombre 4 admet-il un antécédent par f ? Justifier.
5. Camille propose un second programme : « choisir un nombre, l'élever au carré, soustraire six fois le nombre choisi, puis ajouter 14 ». On note $g(x)$ le résultat obtenu. Démontrer que les deux programmes donnent toujours le même résultat.

EXERCICE 8 ⋆⋆

Un rectangle a pour périmètre 20 cm. On note x la longueur, en centimètres, de sa largeur.

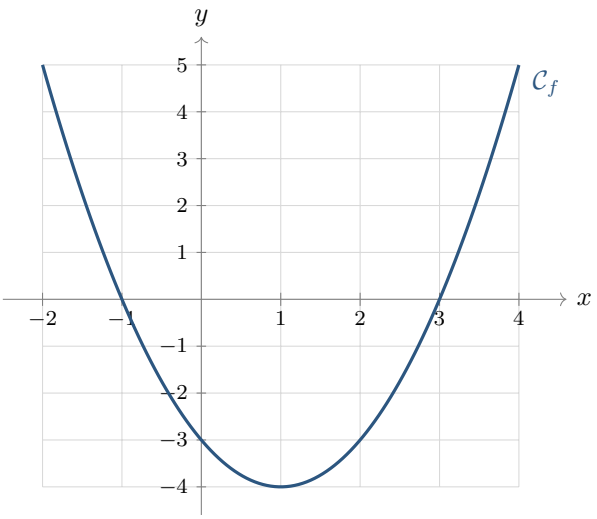
1. Justifier que x appartient nécessairement à l'intervalle $]0\,;5]$.
   On pourra remarquer que la largeur ne dépasse pas la longueur.
2. Exprimer la longueur du rectangle en fonction de x.
3. En déduire que son aire, en cm^2, est donnée par $\mathcal{A}(x) = x(10 - x)$.
4. Calculer $\mathcal{A}(2)$, $\mathcal{A}(5)$ et $\mathcal{A}(4)$.
5. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant, puis conjecturer la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale. Quelle est alors la nature du rectangle ?

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$\mathcal{A}(x)$										

Courbe représentative d'une fonction

EXERCICE 9 ⋆

Ci-dessous est tracée la courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f.



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Lire graphiquement les images de -2, 0, 1 et 3.
3. Lire graphiquement les antécédents de 0, puis ceux de -4, puis ceux de 5.
4. Le nombre -5 admet-il un antécédent par f ? Justifier.
5. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -3$.
6. Combien 0 admet-il d'antécédents ? En quoi cela ne contredit-il pas la définition d'une fonction ?

EXERCICE 10 ⋆

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$, et l'on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Les points suivants appartiennent-ils à $\mathcal{C}_f$? Justifier chaque réponse par un calcul.

$$A(-2\,;5) \quad ; \quad B(1\,;-4) \quad ; \quad C(2\,;0) \quad ; \quad D(3\,;0) \quad ; \quad E(0\,;3)$$

2. Déterminer le réel y pour que le point $F(-1\,;y)$ appartienne à $\mathcal{C}_f$.
3. Déterminer les réels x pour que le point $G(x\,;12)$ appartienne à $\mathcal{C}_f$.

EXERCICE 11 ⋆

Soit g la fonction définie sur $[-2\,;2]$ par $g(x) = x^3 - 3x$.

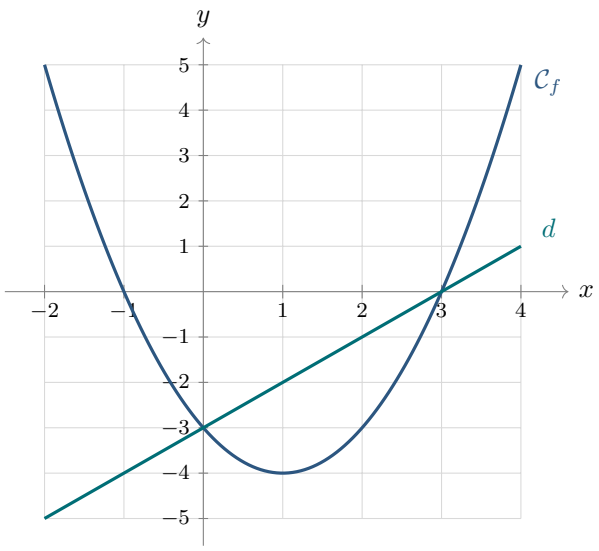
1. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous. On donnera des valeurs exactes.

x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2
$g(x)$									

2. Tracer un repère orthogonal en prenant 2 cm pour une unité en abscisse et 1 cm pour une unité en ordonnée, puis y placer les neuf points obtenus.
3. Tracer une courbe passant par ces points. Sur quels intervalles la fonction semble-t-elle croissante ? décroissante ?
4. Le point $H(1{,}2\,;-1{,}9)$ semble-t-il appartenir à la courbe ? Vérifier par le calcul.

EXERCICE 12 ⋆⋆

Sur le graphique ci-dessous sont tracées la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction f de l'exercice 9 et la droite d d'équation $y = x - 3$, représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = x - 3$.



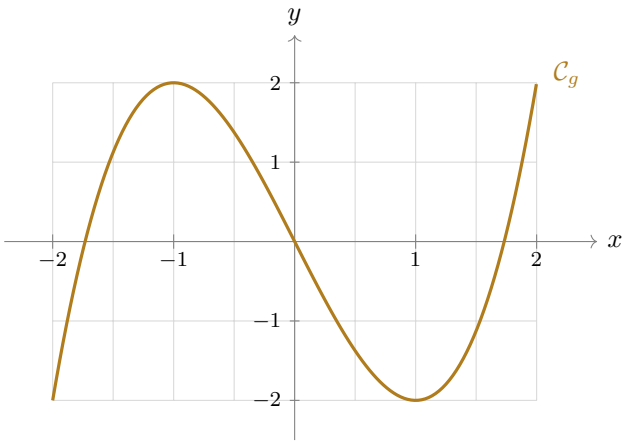
1. Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$, $f(x) = 5$ et $f(x) = -5$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$ pour $k = -4$, puis pour $k = -3$, puis pour $k = 2$.

4. Retrouver par le calcul le résultat de la question 2.

Variations et extremums

EXERCICE 13 ⋆

Ci-dessous est tracée la courbe $\mathcal{C}_g$ de la fonction g définie sur $[-2\,;2]$ par $g(x) = x^3 - 3x$.



1. Sur quels intervalles la fonction g est-elle croissante ? décroissante ?
2. Dresser le tableau de variations de g sur $[-2\,;2]$.
3. Donner le maximum de g sur $[-2\,;2]$ ainsi que la ou les valeurs de x en lesquelles il est atteint. Même question pour le minimum.
4. Combien l'équation $g(x) = 0$ admet-elle de solutions sur $[-2\,;2]$?
5. Discuter, selon la valeur du réel k, le nombre de solutions de l'équation $g(x) = k$ sur $[-2\,;2]$.

EXERCICE 14 ⋆

Une fonction f définie sur $[-5\,;10]$ admet le tableau de variations suivant.

x	-5		2		4		10
$f(x)$	8	↘	1	↗	9	↘	3

1. Sur quels intervalles f est-elle croissante ? décroissante ?
2. Donner $f(-5)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f(10)$.
3. Comparer $f(3)$ et $f(4)$, puis $f(0)$ et $f(1)$. Justifier à chaque fois.
4. Peut-on comparer $f(0)$ et $f(6)$? Expliquer.
5. Donner le maximum et le minimum de f sur $[-5\,;10]$, en précisant en quelle valeur chacun est atteint.
6. Combien l'équation $f(x) = 5$ admet-elle de solutions sur $[-5\,;10]$?

EXERCICE 15 ⋆

1. On sait que la fonction u admet sur $[0\,;6]$ un maximum égal à 11, atteint pour $x = 4$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont correctes ?
   (a) $u(11) = 4$
   (b) $u(4) = 11$
   (c) pour tout x de $[0\,;6]$, $u(x) \leqslant 11$
   (d) pour tout x de $[0\,;6]$, $u(x) \leqslant 4$
2. Sur $[-3\,;3]$, la fonction v est définie par $v(x) = x^2 + 2$. Démontrer que v admet un minimum sur $[-3\,;3]$, préciser sa valeur et en quel réel il est atteint.
   On pourra utiliser le fait que $x^2 \geqslant 0$ pour tout réel x.
3. Sur $\mathbb{R}$, la fonction w est définie par $w(x) = 5 - (x-2)^2$. Démontrer que w admet un maximum sur $\mathbb{R}$ et le déterminer.
4. La fonction cube admet-elle un maximum sur $\mathbb{R}$? Justifier.

EXERCICE 16 ⋆⋆

1. La fonction f est croissante sur $[0\,;10]$. Comparer $f(2)$ et $f(7)$, puis $f(0{,}5)$ et $f(1)$.
2. La fonction g est décroissante sur $[-3\,;5]$. Comparer $g(-1)$ et $g(4)$, puis $g(-2)$ et $g(0)$.
3. La fonction h est croissante sur $]-\infty\,;0]$ et décroissante sur $[0\,;+\infty[$. Peut-on comparer $h(-3)$ et $h(5)$? Expliquer.
4. En utilisant les variations des fonctions de référence, comparer sans calculatrice :
   (a) $3{,}2^2$ et $3{,}3^2$
   (b) $(-4)^2$ et $(-5)^2$
   (c) $\sqrt{7}$ et $\sqrt{8}$
   (d) $\dfrac{1}{2{,}5}$ et $\dfrac{1}{2{,}7}$
   (e) $\dfrac{1}{-3}$ et $\dfrac{1}{-2}$
   (f) $(-1{,}2)^3$ et $(-1{,}1)^3$

EXERCICE 17 ⋆⋆

Dans cet exercice, on démontre des variations en revenant à la définition du cours.

1. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x + 2$. Soient x_1 et x_2 deux réels tels que $x_1 \leqslant x_2$.
   (a) Calculer $f(x_2) - f(x_1)$ et montrer que ce nombre est positif.
   (b) En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 5$. Démontrer de la même manière que g est décroissante sur $\mathbb{R}$.
3. Soit h définie par $h(x) = x^2 + 1$.
   (a) Soient x_1 et x_2 tels que $0 \leqslant x_1 \leqslant x_2$. Démontrer que $h(x_2) - h(x_1) = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)$.
   (b) En déduire le sens de variation de h sur $[0\,;+\infty[$.
   (c) Reprendre le raisonnement sur $]-\infty\,;0]$ et conclure.

EXERCICE 18 ⋆⋆

Une entreprise fabrique des objets. Lorsqu'elle en produit x centaines, son bénéfice, exprimé en milliers d'euros, est noté $B(x)$. La fonction B est définie sur $[0\,;12]$ et admet le tableau de variations suivant.

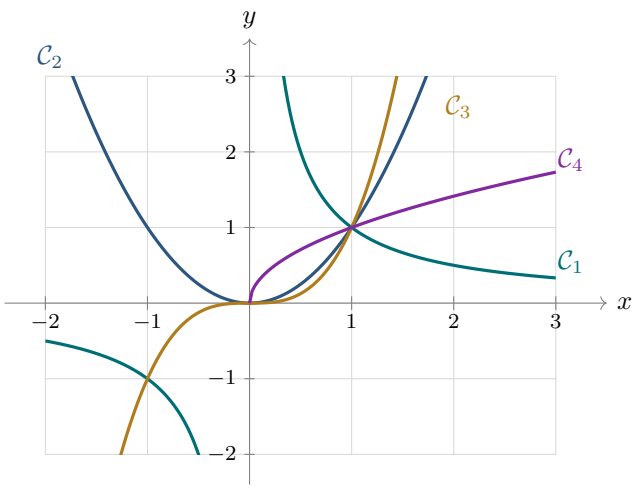
x	0		7		12
$B(x)$	-5	↗	23	↘	-1

1. Que représente concrètement le nombre $B(0) = -5$?
2. Quelle production permet d'obtenir le bénéfice maximal ? Combien vaut alors ce bénéfice, en euros ?
3. Le bénéfice augmente-t-il toujours lorsque la production augmente ? Justifier.
4. Combien l'équation $B(x) = 0$ admet-elle de solutions sur $[0\,;12]$? Interpréter ces solutions dans le contexte de l'exercice.
5. Le tableau permet-il de connaître la valeur exacte de $B(3)$? Que peut-on tout de même en affirmer ?

Fonctions de référence

EXERCICE 19 ⋆

Dans le repère ci-dessous sont tracées les courbes des quatre fonctions de référence, notées $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$ dans le désordre.



1. Associer à chaque courbe l'une des quatre fonctions $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ et $x \mapsto x^3$. On justifiera chaque réponse par au moins deux arguments (ensemble de définition, signe, allure, variations, points particuliers).
2. Donner le nom de chacune de ces quatre courbes (parabole, hyperbole, ...).
3. Toutes ces courbes passent par un même point. Lequel ? Le vérifier par le calcul.
4. Sur l'intervalle $]0\,;1[$, ranger les quatre courbes de la plus haute à la plus basse. Et sur $]1\,;+\infty[$?

EXERCICE 20 ⋆

1. Calculer 4^2, $(-4)^2$, $(0{,}5)^2$ et $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2$.
2. Comparer, sans calculatrice et en justifiant par les variations de la fonction carré :
   (a) $2{,}5^2$ et $2{,}6^2$ (b) $(-3{,}1)^2$ et $(-3{,}2)^2$ (c) $(-2)^2$ et $1{,}9^2$
3. On suppose que $2 \leqslant x \leqslant 5$. Encadrer x^2.
4. On suppose que $-3 \leqslant x \leqslant -1$. Encadrer x^2.
   Attention : sur cet intervalle, la fonction carré est décroissante.
5. On suppose que $-2 \leqslant x \leqslant 3$. Peut-on encadrer x^2 de la même façon ? Que vaut le plus petit carré possible ? le plus grand ?

EXERCICE 21 ⋆

1. Calculer $\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{1}{-0{,}5}$ et $\dfrac{1}{\frac{2}{3}}$.
2. Comparer, en justifiant :
   (a) $\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{1}{4}$ (b) $\dfrac{1}{-3}$ et $\dfrac{1}{-4}$ (c) $\dfrac{1}{-2}$ et $\dfrac{1}{5}$

   La question c) mérite une attention particulière : les deux nombres sont-ils de même signe ?
3. On suppose que $2 \leqslant x \leqslant 5$. Encadrer $\dfrac{1}{x}$.
4. On suppose que $-4 \leqslant x \leqslant -1$. Encadrer $\dfrac{1}{x}$.
5. On suppose que $-2 \leqslant x \leqslant 3$. Peut-on encadrer $\dfrac{1}{x}$? Expliquer.

EXERCICE 22 ⋆

1. Calculer $\sqrt{0}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{0{,}25}$ et $\sqrt{\dfrac{9}{16}}$.
2. Comparer $\sqrt{5}$ et $\sqrt{7}$, puis $\sqrt{0{,}3}$ et $\sqrt{0{,}4}$.
3. Résoudre les équations $\sqrt{x} = 5$, $\sqrt{x} = 0$ et $\sqrt{x} = -2$.
4. Calculer 2^3, $(-2)^3$, $(0{,}1)^3$ et $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3$.
5. Comparer $(-2)^3$ et $(-1)^3$, puis $1{,}1^3$ et $1{,}2^3$.
6. Résoudre les équations $x^3 = 8$ et $x^3 = -27$. Combien chacune admet-elle de solutions ? Justifier à l'aide des variations de la fonction cube.

EXERCICE 23 ⋆⋆

1. On suppose que $1 \leqslant x \leqslant 4$. Encadrer successivement :
   (a) x^2
   (b) $\sqrt{x}$
   (c) $\dfrac{1}{x}$
   (d) x^3

(e) $2x^2 + 1$

(f) $3 - \dfrac{1}{x}$

2. On suppose que $-3 \leqslant x \leqslant -1$. Encadrer x^2, x^3 et $\dfrac{1}{x}$. Pourquoi ne peut-on pas encadrer $\sqrt{x}$?
3. On suppose que $0 \leqslant x \leqslant 1$. Encadrer x^2 puis $5 - 3x^2$.

EXERCICE 24 ⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a) $x^2 = 36$

b) $x^2 = 7$

c) $x^2 = 0$

d) $x^2 = -4$

e) $x^2 = 0{,}49$

f) $(x-1)^2 = 16$

g) $(x+3)^2 = 25$

h) $x^2 = 2x$

Pour la question h), on prendra garde à ne surtout pas diviser les deux membres par x : que se passerait-il si x valait 0 ?

EXERCICE 25 ⋆⋆

1. Pour $x = 0{,}25$, calculer $\sqrt{x}$, x, x^2 et x^3, puis ranger ces quatre nombres dans l'ordre croissant.
2. Reprendre la question précédente pour $x = 4$.
3. Énoncer, à l'aide du théorème du cours, la règle générale permettant de comparer $\sqrt{x}$, x, x^2 et x^3 selon la position de x par rapport à 1.
4. Sans aucun calcul, ranger dans l'ordre croissant :
   (a) $0{,}8$; $0{,}8^2$; $0{,}8^3$; $\sqrt{0{,}8}$
   (b) $1{,}3$; $1{,}3^2$; $1{,}3^3$; $\sqrt{1{,}3}$
5. Soit x un réel tel que $0 < x < 1$. Démontrer que $x^2 < x$.
   On pourra étudier le signe de $x^2 - x$ après l'avoir factorisé.

Exercices de synthèse

EXERCICE 26 : QCM ⋆

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. La justifier.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. f est définie par $f(x) = x^2 - 3$. L'image de -2 est :	1	7	-7
2. L'ensemble de définition de $x \mapsto \dfrac{1}{x-5}$ est :	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} \setminus \{5\}$	$[5\,;+\infty[$
3. L'ensemble de définition de $x \mapsto \sqrt{x+2}$ est :	$[-2\,;+\infty[$	$[2\,;+\infty[$	$]-\infty\,;-2]$
4. L'équation $x^2 = 10$ admet :	aucune solution	une solution	deux solutions
5. Si $2 < x < 6$, alors :	$\dfrac{1}{2} < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{6} < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{2}$	on ne peut pas conclure
6. La fonction inverse est :	croissante sur $\mathbb{R}^*$	décroissante sur $\mathbb{R}^*$	décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$
7. Si $0 < x < 1$, alors :	$x^2 < x$	$x^2 > x$	$x^2 = x$
8. Le maximum de f sur $[0\,;5]$ vaut 7 et est atteint en 3. Cela signifie que :	$f(7) = 3$	$f(3) = 7$	$f(3) = 5$
9. L'équation $\sqrt{x} = 3$ admet :	aucune solution	une solution	deux solutions
10. Par une fonction f, un réel de l'ensemble de définition admet :	exactement une image	au plus un antécédent	toujours deux antécédents

EXERCICE 27 : VRAI OU FAUX ⋆⋆

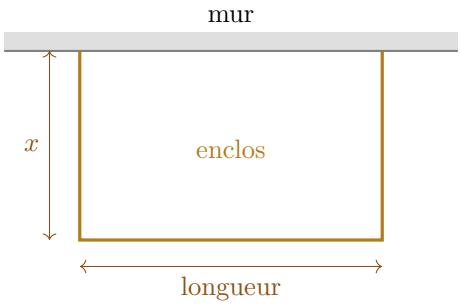
Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse : par une démonstration si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple sinon.

1. Toute fonction peut être décrite par une expression algébrique.
2. Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction.
3. Un nombre peut avoir plusieurs images par une fonction.
4. La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est définie sur $\mathbb{R}$.
5. Pour tout réel x, $x^2 \geqslant 0$.
6. Pour tout réel x, $x^3 \geqslant 0$.
7. Si $a < b$, alors $a^2 < b^2$.

8. Si $0 < a < b$, alors $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b}$.
9. Le maximum d'une fonction est l'abscisse du point le plus haut de sa courbe.
10. La fonction carré est décroissante sur $]-\infty\,;0]$.

EXERCICE 28 ⋆⋆

Un éleveur dispose de 40 mètres de grillage pour construire un enclos rectangulaire le long d'un mur, le mur servant de quatrième côté. On note x la largeur de l'enclos, en mètres.



1. Justifier que la longueur de l'enclos vaut $40 - 2x$ mètres, puis que x appartient nécessairement à l'intervalle $]0\,;20[$.
2. Démontrer que l'aire de l'enclos, en m^2, est donnée par $\mathcal{A}(x) = x(40 - 2x)$.
3. Calculer $\mathcal{A}(5)$, $\mathcal{A}(10)$ et $\mathcal{A}(15)$. Que remarque-t-on ?
4. Développer $\mathcal{A}(x)$, puis vérifier que pour tout x de $]0\,;20[$:
$$\mathcal{A}(x) = -2(x-10)^2 + 200$$
5. En utilisant le fait qu'un carré est toujours positif, démontrer que pour tout x de $]0\,;20[$, $\mathcal{A}(x) \leqslant 200$.
6. En déduire les dimensions de l'enclos d'aire maximale, ainsi que cette aire.

EXERCICE 29 ⋆⋆⋆

Soit f la fonction définie sur $[-2\,;4]$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$. C'est la fonction dont la courbe a été tracée à l'exercice 9.

Partie A : deux écritures utiles.

1. Démontrer que pour tout réel x, $f(x) = (x-1)^2 - 4$.
2. Démontrer que pour tout réel x, $f(x) = (x+1)(x-3)$.

Partie B : extremum et signe.

3. À l'aide de la première écriture, démontrer que pour tout x de $[-2\,;4]$, $f(x) \geqslant -4$. En déduire que f admet un minimum, que l'on précisera, ainsi que la valeur de x en laquelle il est atteint.
4. À l'aide de la seconde écriture, déterminer les antécédents de 0 par f.
5. Calculer $f(0)$ et $f(2)$. Que remarque-t-on ? Interpréter ce résultat sur la courbe, en s'aidant de l'écriture obtenue à la question 1.

Partie C : variations.

6. Soient x_1 et x_2 deux réels tels que $1 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \leqslant 4$.
   (a) Démontrer que $f(x_2) - f(x_1) = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 2)$.

(b) Justifier que ce produit est positif, puis conclure quant au sens de variation de f sur $[1\,;4]$.

7. On admet que f est décroissante sur $[-2\,;1]$. Dresser le tableau de variations de f sur $[-2\,;4]$.
8. Résoudre l'équation $f(x) = 5$ en utilisant l'écriture de la question 1.
9. Vérifier que tous les résultats obtenus sont cohérents avec la courbe de l'exercice 9.